

Kompensatoren

Rath, Robert

Veröffentlicht in:
Abhandlungen der Braunschweigischen
Wissenschaftlichen Gesellschaft Band 12, 1960,
S.116-123



Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig

Kompensatoren

Von R. Rath

Eingereicht am 14. 5. 1960

Summary: Possibilities of compensating optical retardations by sets of anisotropic crystals, resulting constructions of compensators.

Übersicht: Möglichkeiten der Kompensation optischer Gangunterschiede durch anisotrope Medien, sich daraus ergebende Bauprinzipien der Kompensatoren.

1. Grundlagen

Kompensatoren sind Hilfsgeräte zur Messung optischer Gangunterschiede durch Kompensation. Das Prinzip der Kompensation besteht darin, den zu messenden Gangunterschied R' des doppelbrechenden (der Einfachheit halber als plättchenförmig angenommen) Präparates durch einen zweiten variablen R'' so zu vergrößern oder zu verkleinern, daß eine linear polarisierte Schwingung resultiert. Diese nämlich kann man an der Dunkelheit erkennen, die sich einstellt, wenn man die Schwingungsrichtung der Resultierenden und die des Analysators in Kreuzstellung zueinander bringt.

Die für alle Abarten des Kompensationsverfahrens grundlegende Gleichung gewinnt man wie folgt: Es möge $x = X \sin \varphi_x$ ein das linear polarisierte Licht vor Eintritt in das Plättchen kennzeichnender Ausdruck sein und:

$$\begin{aligned} x' &= X \cos \xi' \sin (\varphi_x - \varphi_{x'}) = a' \sin (\varphi_x - \varphi_{x'}); \\ y' &= X \sin \xi' \sin (\varphi_x - \varphi_{y'}) = b' \sin (\varphi_x - \varphi_{y'}) \end{aligned} \quad (1)$$

ein die beiden linear und senkrecht zueinander polarisierten Komponenten der ursprünglichen Schwingung charakterisierendes Gleichungspaar darstellen. In Form dieser beiden Schwingungskomponenten pflanzt sich das Licht im Plättchen fort. In der Austrittsfläche des Plättchens setzen sich die Komponenten zu einer im allgemeinen elliptisch polarisierten Schwingung zusammen. Ihre auf die Wellenebene projizierte Bahnkurve hat die (durch Elimination von φ_x aus Gl. 1 gewonnene und mit der Kürzung $\varphi = \varphi_{x'} - \varphi_{y'}$ versehene) Gleichung:

$$\frac{x'^2}{a'^2} - 2 \frac{x' y'}{a' b'} \cos \varphi + \frac{y'^2}{b'^2} = \sin^2 \varphi. \quad (2)$$

X bedeutet die Amplitude der ursprünglichen Schwingung; x' , y' sind Elongationen. ξ' kürzt den Winkel zwischen der Schwingungsrichtung des Polarisators und der mit Blick auf die Lichtquelle im positiven Drehungssinn nächsten Schwingungsrichtung des Plättchens ab. φ_x , $\varphi_{x'}$, $\varphi_{y'}$ bezeichnen Phasenwinkel.

Daß die Gl. 2 eine Ellipse darstellt, deren Hauptachsen a , b gegenüber den Bezugsachsen x , y um ξ gedreht sind, geht aus der Formgleichheit der durch $\sin^2 \varphi$ dividierten Gl. 2:

$$x'^2 \left\{ \frac{1}{a'^2 \sin^2 \varphi} \right\} + x' y' \left\{ -2 \frac{\cos(\varphi x' - \varphi y')}{a' b' \sin^2 \varphi} \right\} + y'^2 \left\{ \frac{1}{b'^2 \sin^2 \varphi} \right\} = 1$$

und der Gleichung:

$$x'^2 \left\{ \frac{\cos^2 \xi}{a^2} + \frac{\sin^2 \xi}{b^2} \right\} + x' y' \left\{ \sin 2\xi \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right) \right\} + y'^2 \left\{ \frac{\sin^2 \xi}{a^2} + \frac{\cos^2 \xi}{b^2} \right\} = 1 \quad (3)$$

hervor. Die Gl. 3 läßt sich durch Verwendung der nur eine Drehung repräsentierenden Transformationsbeziehungen $x = x' \cos \xi + y' \sin \xi$ und $y = y' \cos \xi - x' \sin \xi$ in die bekannte Form der Ellipsengleichung überführen.

Durch Gleichsetzung der an 1. und 3. Stelle untereinander stehenden, in geschweifte Klammern eingefassten Ausdrücke erhält man:

$$\operatorname{tg} 2\xi = \operatorname{tg} 2\varepsilon' \cos \varphi \text{ und } \cos 2\varepsilon' = \cos 2\varepsilon \cos 2\xi$$

und durch Elimination von 2ξ :

$$\sin 2\varepsilon = \sin 2\varepsilon' \sin \varphi. \quad (4)$$

Darin ist $\operatorname{tg} \varepsilon = b/a$ und $\operatorname{tg} \varepsilon' = b'/a'$ gesetzt.

Die Gl. 2 bietet insofern eine Vereinfachung an, als man $\xi' = \pi/4$ machen, das Plättchen in die Diagonal- (Auslöschungs-plus-45°-) Stellung drehen kann. Dadurch wird $a' = b'$; die Ellipse ist nunmehr einem Quadrat der Seitenlänge $2a'$ eingeschrieben, eine ihrer Hauptachsen fällt in die Schwingungsrichtung des Polarisators, und der Gangunterschied R' ist nur noch von der Phasendifferenz abhängig.

Von dieser Grundlage ausgehend läßt sich die erforderliche Veränderbarkeit des Gangunterschieds R' auf dreierlei Art erreichen. Dementsprechend unterscheidet man drei Kompensatortypen: die elliptischen, die Keil- und die Drehkompensatoren.

2. Theorie der Kompensatoren

Die beschriebene allgemeine Vereinfachung führt auf den ersten Weg: Mit $a' = b'$ wird $\operatorname{tg} \varepsilon' = 1$; $\varepsilon' = 45^\circ$ und (Gl. 4):

$$\sin 2\varepsilon = \sin \varphi; \quad 2\varepsilon = \varphi; \quad b/a = \operatorname{tg}(\varphi/2). \quad (5)$$

Die nach Gl. 5 zur Ermittlung von φ notwendigen Gleichungen der Schwingungskomponenten in Richtung der Ellipsenhauptachsen können durch Ausdrücke wie:

$$x = a \sin \varphi \text{ und } y = b \sin \{\varphi \pm (\pi/2)\} = b \cos \varphi$$

dargestellt werden (s. *Burri*, S. 147), da (s. Gl. 2) eine Phasendifferenz von $\pi/2$ stets eine Ellipse zur Folge hat, deren Hauptachsen in den Richtungen der Ausgangsschwingungen liegen. Diese Phasendifferenz aber läßt sich durch Einschalten z. B. eines $\lambda/4$ -Glimmerplättchens mit den Hauptschwingungsrichtungen parallel den Hauptachsen der Ellipse gerade wieder rückgängig machen. Man erhält:

$$x = a \sin \varphi \text{ und } y = b \sin \{\varphi \pm (\pi/2) - (\pi/2)\} = b \sin \varphi$$

und durch Vereinigung der letzten beiden Gleichungen:

$$y = (b/a)x,$$

entsprechend einer linear polarisierten Schwingung, deren Azimut durch Drehung eines Aufsatzanalysators bestimmt werden kann. Der Nachteil, einen Aufsatzanalysator verwenden zu müssen und der daraus folgende weitere Nachteil des auf 1λ begrenzten Meßbereichs engen die Nutzungsfähigkeit dieses elliptischen (*de Sénarmont*-) Kompensators sowie ähnlicher Typen ein.

Die Phasendifferenz $\varphi_{x'} - \varphi_{y'}$ läßt sich noch auf zwei anderen Wegen ermitteln: Nach einer bekannten Beziehung ist $\varphi_{x'} = 2\pi s_{x'}/\lambda$ ($s_{x'}$ = Weg, λ = Wellenlänge), $\varphi_{x'} - \varphi_{y'}$ also gleich $2\pi (s_{x'} - s_{y'})/\lambda$ und:

$$s_{x'} - s_{y'} = R' = D (n_1 - n_2),$$

wobei D die Dicke, $n_1 - n_2$ die Doppelbrechung des Plättchens darstellt. Demnach kann man den vorhandenen Gangunterschied auch durch Dicken- oder Doppelbrechungsänderungen eines zweiten anisotropen (eines Meß-) Präparats kompensieren.

Die kontinuierliche Dickenänderung kann durch Keilform in Verbindung mit Schub oder durch Plättchenform in Verbindung mit Drehung erzielt werden. Mit der Drehung ändert sich im allgemeinen auch die Doppelbrechung. Ein reiner Keilkompensator ist der zwar genau arbeitende, aber unhandliche *Babinet*-Kompensator (s. bei *Wülfig*, S. 567 bis 573), der gänzlich außer Gebrauch gekommen ist, dessen optische Konstruktion aber wohl für den *Ehringhaus*-Kompensator grundlegend gewesen sein dürfte. Zu den durch Dicken- und Doppelbrechungsänderungen gekennzeichneten Drehkompensatoren zählt außer dem *Ehringhaus*- noch der *Berek*-Kompensator. Die Wirkungsweise dieser Kompensatoren geht aus Abb. I hervor:

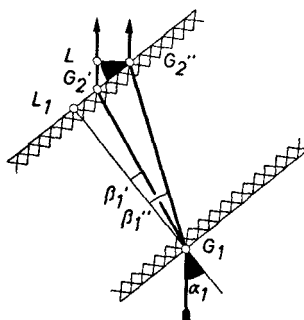


Abb. 1. Entstehung eines Gangunterschieds in einem anisotropen Plättchen

Das unter dem (schwarz ausgefüllten) Winkel α_1 in das zur Kompensation vorgesehene Plättchen eintretende Licht wird wegen der Doppelbrechung in zwei Anteile zerlegt, die die Gerade $G_2''L$ mit der Zeitdifferenz:

$$\Delta t = \overline{G_1 G_2'} / v' + \overline{G_2' L} / v - \overline{G_1 G_2''} / v''$$

erreichen. Mit $\overline{G_1 G_2'} = \overline{G_1 L_1} / \cos \beta_1'$; $\overline{G_2' L} = (\overline{G_1 G_2''} \sin \beta_1'' - \overline{G_1 G_2'} \sin \beta_1') \times \sin \alpha_1$; $\overline{G_1 G_2''} = \overline{G_1 L_1} / \cos \beta_1''$, ferner $\overline{G_1 L_1} = D_0$ und $(\sin \alpha_1) / v = (\sin \beta_1'') / v''$;

$(\sin \alpha_1)/v = (\sin \beta_1')/v'$ erhält man als Wegdifferenz $\Delta s =$ Gangunterschied R'' des Plättchens den Ausdruck:

$$R'' = D_0 \sin \alpha_1 (\operatorname{ctg} \beta_1' - \operatorname{ctg} \beta_1''). \quad (6)$$

Berek (Lit. s. am Schluß) hat als Material Kalkspat gewählt, der vor allem wegen seiner großen Doppelbrechung $(n_E - n_0 = -0,1719$ nach Tröger, Nr. 85 auf S. 23) geeignet ist. Die Indexfläche eines Kristalls mit negativem Charakter der Doppelbrechung ist in Abb. 2 aufgezeichnet, die Orientierung des Plättchens relativ zu einer solchen Indexfläche geht aus Abb. 3 hervor.

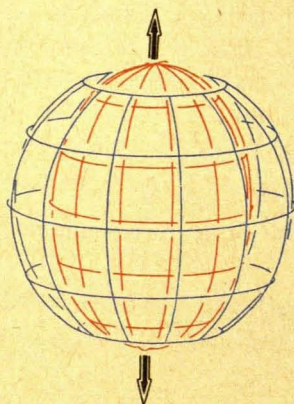


Abb. 2. Indexfläche eines optisch negativen Kristalls. Die Fläche besteht aus einem Rotationsellipsoid (rot) und einer Kugel (blau), die sich in Richtung der optischen Achse (umrandete Pfeile) berühren. Das Rotationsellipsoid ist als Voll-, die Kugel als Hohlkörper gezeichnet. Obere und untere Kuppe der Kugel sind zur Vereinfachung weggelassen.

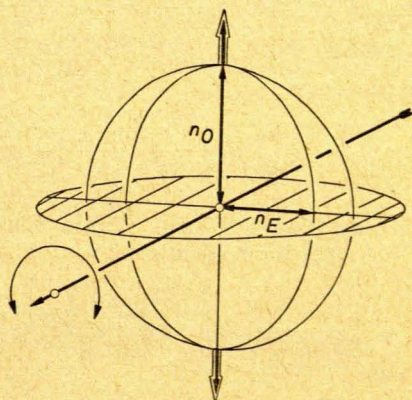


Abb. 3. Optische Orientierung des Plättchens im Berek-Kompensator. Das Plättchen ist durch Schraffur angedeutet. Die eingerahmten Pfeile bezeichnen die Richtung der optischen Achse; der schräg verlaufende lange Pfeil entspricht der Drehungsachse des Kompensators. Die zur Plättchenebene und zur Drehungsachsenkrechte Ebene schneidet die Indexfläche in einer Ellipse mit den Hauptachsen n_0 und n_E und einem Kreis mit dem Radius n_0 .

Da in Abb. 1 $\beta_1' < \beta_1''$ vorausgesetzt und $n_0 > n_E$ ist, muß der kleinere Brechungswinkel der „ordentlichen Brechungszahl“ zugeordnet und der Ersetzung von β_1' (Gl. 6) durch direkt meßbare Größen mit Hilfe der „ordentlichen Schale“ durchgeführt werden u. e.. Man findet:

$\operatorname{ctg} \beta_1'$	$\sin^2 \beta_1' + \cos^2 \beta_1' = 1$ $\sin \alpha_1 / \sin \beta_1' = n_0$	$\operatorname{ctg} \beta_1' = \frac{\sqrt{n_0^2 - \sin^2 \alpha_1}}{\sin \alpha_1}$
$\operatorname{ctg} \beta_1''$	$\sin^2 \beta_1'' / n_E^2 + \cos^2 \beta_1'' / n_0^2 = 1 / n_E'^2$ $\sin \alpha_1 / \sin \beta_1'' = n_E'$	$\operatorname{ctg} \beta_1'' = \frac{n_0}{n_E} \frac{\sqrt{n_E^2 - \sin^2 \alpha_1}}{\sin \alpha_1}$

und durch Einfügen in Gl. 6:

$$R'' = D_0 n_0 \left(\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha_1}{n_0^2}} - \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha_1}{n_E^2}} \right). \quad (7)$$

α_1 ist wegen der Plättchenform zugleich der Lichtaustritts- und Drehungswinkel. Er läßt sich an einer Trommel auf Zehntelgrad ablesen. Um etwaige einseitige Fehler auszuschalten, wird die Kompensation einmal durch Links-, dann durch Rechtsdrehung eingestellt und der arithmetische Mittelwert genommen. Den zu diesem Mittelwert gehörigen Gangunterschied kann man einer Funktionstafel entnehmen, die auf folgender Überlegung beruht.

Gl. 7 enthält zwei Wurzelausdrücke, von denen z. B. der erste mit Hilfe der binomischen Reihe:

$$(1 - x)^n = 1 - nx + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} x^2 - \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} x^3 + \dots$$

in die Form:

$$\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha_1}{n_0^2}} = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\sin^2 \alpha_1}{n_0^2} \right) - \frac{1}{2 \cdot 4} \left(\frac{\sin^4 \alpha_1}{n_0^4} \right) - \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6} \left(\frac{\sin^6 \alpha_1}{n_0^6} \right) - \dots$$

gebracht werden kann. Durch Einsetzen in Gl. 7, Ausklammerung von $(\sin^2 \alpha_1)/2$, Berücksichtigung von:

$$\left(\frac{1}{n_E^4} - \frac{1}{n_0^4} \right) = \left(\frac{1}{n_E^2} - \frac{1}{n_0^2} \right) \left(\frac{1}{n_E^2} + \frac{1}{n_0^2} \right)$$

und:

$$\left(\frac{1}{n_E^6} - \frac{1}{n_0^6} \right) = \left(\frac{1}{n_E^2} - \frac{1}{n_0^2} \right) \left(\frac{1}{n_E^4} + \frac{1}{n_E^2 n_0^2} + \frac{1}{n_0^4} \right),$$

Herausnahme des gemeinsamen Faktors und Abkürzung:

$$C = \frac{D_0 (n_0^2 - n_E^2)}{2 n_0 n_E^2}$$

ergibt sich als zweite Form der Gl. 7:

$$R'' = C \sin^2 \alpha_1 \left\{ 1 + \frac{\sin^2 \alpha_1}{4} \left(\frac{1}{n_E^2} + \frac{1}{n_0^2} \right) + \frac{\sin^4 \alpha_1}{8} \left(\frac{1}{n_E^4} + \frac{1}{n_E^2 n_0^2} + \frac{1}{n_0^4} \right) \right\}.$$

Berek hat bewiesen, daß man die in runde Klammern eingeschlossenen Ausdrücke als von λ unabhängig betrachten darf, folglich eine Tabellierung des gesamten Ausdrucks hinter C durchführen kann. Diese Tabelle wird unter der Bezeichnung $f(i)$ (alte Bezeichnung für α) jedem Kompensator beigegeben. Die Bestimmung der Kompensatorkonstante C wird im Werk vorgenommen; man kann sie nachprüfen, indem man z. B. im Na_D -Licht, ohne Präparat und bei eingeschobenem Analysator auf die einem Gangunterschied von $1\lambda =$

= 589,3 m μ entsprechenden beiden Kompensationsstreifen einstellt und α_1 ermittelt. R''/f (α_1) ergibt dann C . Der Meßbereich des Kompensators beträgt etwa $3\frac{1}{2} \lambda_D$.

Ehringhaus (Lit. s. am Schluß) hat versucht, statt des Kalkspats den schleiftechnisch zwar günstigeren, optisch dagegen schwierigeren Quarz zu verwenden. Wegen der optischen Aktivität sind senkrecht zur Hauptachse geschliffene Plättchen unbrauchbar; man kann jedoch durch Aneinanderkitten zweier achsparalleler Plättchen eine „Kombinationsplatte“ herstellen, die, obwohl Quarz optisch positiv (mit $n_E - n_0 = +0,0091$ nach *Tröger*, Nr. 81 auf S. 17) ist, die Wirkung einer Einzelplatte von negativem Charakter der Doppelbrechung hat. Die Indexfläche eines optisch positiven Kristalls ohne optische Aktivität ist in Abb. 4 reproduziert; Abb. 5 gibt die optische Orientierung der beiden Quarzplättchen wieder.

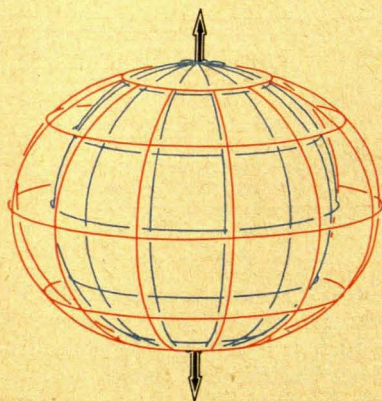


Abb. 4. Indexfläche eines optisch einachsigen Kristalls ohne optische Aktivität und mit positivem Charakter der Doppelbrechung. Die Fläche besteht aus der „außerordentlichen Schale“, dem (rot und nur bis zu den 30°-Kreisen gezeichneten) Rotationsellipsoid und der blauen Kugel („ordentliche Schale“). Die Pfeile kennzeichnen die optische Achse.

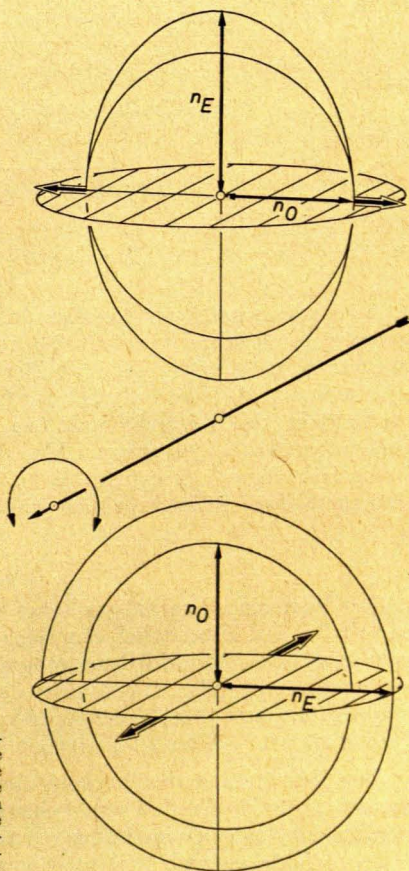


Abb. 5. Optische Orientierung des unteren und oberen Plättchens einer Quarz-Kombinationsplatte. Die Ebenen der beiden Plättchen sind schraffiert, die Richtung der optischen Achse ist durch doppellinige Pfeile eingetragen. Zwischen den beiden Plättchen ist wiederum die Richtung der Kompensatorachse angezeigt. Die zu ihr und der Plättchenebene senkrechte Ebene schneidet die Indexfläche in den dargestellten Kurven.

Die Verfolgung des Lichtdurchgangs durch die untere Platte führt auf folgende, in die allgemein gültige Gleichung 6 einzusetzende Substituenten für β_1' u. β_1'' :

$\text{ctg } \beta_1'$	$\sin^2 \beta_1' + \cos^2 \beta_1' = 1$ $\sin \alpha_1 / \sin \beta_1' = n_0$	$\text{ctg } \beta_1' = \frac{\sqrt{n_0^2 - \sin^2 \alpha_1}}{\sin \alpha_1}$
$\text{ctg } \beta_1''$	$\sin^2 \beta_1'' + \cos^2 \beta_1'' = 1$ $\sin \alpha_1 / \sin \beta_1'' = n_E$	$\text{ctg } \beta_1'' = \frac{\sqrt{n_E^2 - \sin^2 \alpha_1}}{\sin \alpha_1}$

damit:

$$R_u'' = D_0 \left(\sqrt{n_0^2 - \sin^2 \alpha_1} - \sqrt{n_E^2 - \sin^2 \alpha_1} \right).$$

Für das obere Plättchen gelten folgende Verhältnisse:

$\text{ctg } \beta_1'$	$\sin^2 \beta_1' + \cos^2 \beta_1' = 1$ $\sin \alpha_1 / \sin \beta_1' = n_0$	$\text{ctg } \beta_1' = \frac{\sqrt{n_0^2 - \sin^2 \alpha_1}}{\sin \alpha_1}$
$\text{ctg } \beta_1''$	$\sin^2 \beta_1'' / n_0^2 + \cos^2 \beta_1'' / n_E^2 = 1 / n_E'^2$ $\sin \alpha_1 / \sin \beta_1'' = n_E'$	$\text{ctg } \beta_1'' = \frac{n_E}{n_0} \frac{\sqrt{n_0^2 - \sin^2 \alpha_1}}{\sin \alpha_1}$

insgesamt:

$$R_0'' = D_0 \left(\sqrt{n_0^2 - \sin^2 \alpha_1} - \frac{n_E}{n_0} \sqrt{n_0^2 - \sin^2 \alpha_1} \right);$$

$$R'' = R_u'' - R_0'' = D_0 n_E \left(\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha_1}{n_0^2}} - \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha_1}{n_E^2}} \right). \quad (8)$$

α_1 wird wie beim *Berek*-Kompensator durch Drehung ermittelt. Zur Auswertung des Meßergebnisses ist dagegen ein einfacherer Weg gewählt und die gesamte rechte Seite der Gl. 8 tabelliert worden, wodurch für jede Wellenlänge eine besondere Tafel erforderlich wird. Dieser Nachteil fällt jedoch nicht sehr ins Gewicht, da in der Mehrzahl der Fälle nur der im Na_D -Licht gemessene Gangunterschied interessiert. Mit dem *Ehringhaus*-(Quarz-)Kompensator lassen sich Gangunterschiede bis zu $7 \lambda_D$ bestimmen; Spezialausführungen sind zur Kompensation erheblich größerer R' geeignet.

3. Genauigkeit

Der Wert eines Ergebnisses hängt wesentlich von dem Fehler ab, mit dem es behaftet ist. Hinsichtlich der Genauigkeit mit Drehkompensatoren ausgeführter Gangunterschiedsmessungen hat *Mosebach* umfangreiche Untersuchungen angestellt und gefunden, daß sich bei Einhaltung aller Justierungsvorschriften und Vorsichtsmaßregeln mit beiden Kompensatortypen eine Sicherheit von ± 1 bis 2μ erzielen läßt, wenn man den Kompensator eicht.

Zur Begründung des Verlaufs der Eichkurven sind (von *Berek*) Rechnungen über den Einfluß von Fehlern in der gegenseitigen optischen Orientierung der Schwingungsrichtungen von Polarisator, Kristallplättchen, Kompensatorplättchen und Analysator unternommen worden. Der Einfluß ist je-

doch nur geringfügig und kann allenfalls vernachlässigt werden gegenüber den (von *Rath* behandelten) Auswirkungen kleiner Abweichungen von der exakten optischen Orientierung relativ zur Indexfläche (vor allem beim *Berek*-Kompensator) sowie von der exakten Dicke und Parallelität (vorwiegend beim *Ehringhaus*-Kompensator bedeutsam).

Literatur

- Berek, M.* (1913): Zur Messung der Doppelbrechung hauptsächlich mit Hilfe des Polarisationsmikroskops. — Zentralblatt für Mineralogie S. 388 bis 396, S. 427 bis 435, S. 464 bis 470.
- Berek, M.* (1913): Berichtigung und Nachtrag zu meiner Mitteilung „Zur Messung der Doppelbrechung usw.“. — Zentralblatt für Mineralogie S. 580 bis 582.
- Burri, C.* (1950): Das Polarisationsmikroskop. — Verlag Birkhäuser, Basel.
- Ehringhaus, A.* (1931): Drehbare Kompensatoren aus Kombinationsplatten doppeltbrechender Kristalle. — Zeitschrift für Kristallographie 76, S. 315 bis 321.
- Ehringhaus, A.* (1938): Ein Drehkompensator aus Quarz mit hohem Meßbereich bei hoher Meßgenauigkeit. — Zeitschrift für Kristallographie A 98, S. 394 bis 406.
- Mosebach, R.* (1947/49): Das Messen optischer Gangunterschiede mit Drehkompensatoren. — Heidelberger Beiträge zur Mineralogie 1, S. 515 bis 528.
- Mosebach, R.* (1949/51): Eine Differenzmethode zur Erhöhung der Meßgenauigkeit und Erweiterung des Meßbereichs normaler Drehkompensatoren. — Heidelberger Beiträge zur Mineralogie 2, S. 167 bis 171.
- Mosebach, R.* (1949/51): Ein einfaches Verfahren zur Erhöhung der Meßgenauigkeit kleiner optischer Gangunterschiede. — Heidelberger Beiträge zur Mineralogie 2, S. 172 bis 175.
- Rath, R.* (1958): Fehler bei Gangunterschiedsmessungen mit *Berek*-Kompensatoren. — Mikroskopie 12, S. 327 bis 345.
- Rath, R.* (1958): Deutung des Verlaufs der Eichkurven von *Ehringhaus*- (Quarz-) Kompensatoren. — Abhandlungen der Braunschweigischen Wissenschaftlichen Gesellschaft 10, S. 9 bis 24.
- Tröger, W. E.* (1956): Optische Bestimmung der gesteinsbildenden Minerale, Teil 1. — E. Schweizerbart'sche Verlagsbuchhandlung (Nägele u. Obermiller), Stuttgart, 2. Aufl..
- Wülfing, E. A.* (1921/24): Untersuchungsmethoden. (*Rosenbusch, H.*: Mikroskopische Physiographie der Mineralien und Gesteine, Band I, 1. Hälfte.) — E. Schweizerbart'sche Verlagsbuchhandlung (Erwin Nägele) G.m.b.H., Stuttgart, 5. Aufl..